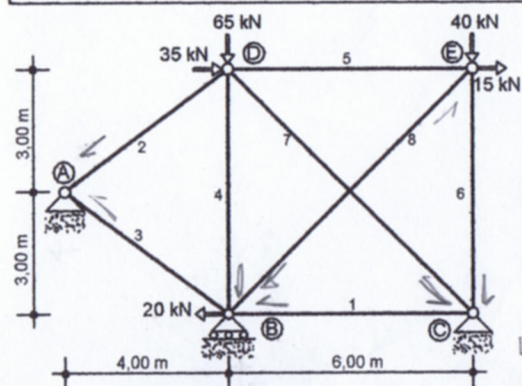




ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR EDIFICACIÓN DE MADRID  
 Dpto. "TECNOLOGÍA DE LA EDIFICACIÓN"  
 INGENIERIA DE LA EDIFICACIÓN  
 (024) ANÁLISIS DE ESTRUCTURAS Y GEOTECNIA  
 EXAMEN FINAL MATRICIAL NUDOS ARTICULADOS 15/01/2014

Apellidos: \_\_\_\_\_ Nombre: \_\_\_\_\_ D.N.I.: \_\_\_\_\_ G



Todas las barras  $A=10 \text{ cm}^2$   $E=200 \text{ GPa}$   
 Formulación para desplazamientos de nudos:  
 $[P] = [Ke] * [D]$  o bien:  $[P] = [E] * [K] * [T] * [D]$

$K_1 = K_4 = K_5 = K_6 = \frac{200 \cdot 1000}{6 \cdot 10^3}$   
 $200/6 = 33,3 \text{ kN/mm}$

$K_2 = K_3 = \frac{200 \cdot 1000}{5000} = 40 \text{ kN/mm}$

$K_7 = K_8 = \frac{200 \cdot 1000}{6\sqrt{2} \cdot 1000} = 23,5702 \text{ kN/mm}$

- De la estructura de acero croquizada, de peso propio despreciable. Mediante el método matricial, se pide:
- 1/ Obtener las ecuaciones de equilibrio de fuerzas en los nudos de la estructura:  $[P]=[E]*[N]$  (2 puntos)  
 Nota: en cada nudo primero se impondrá el equilibrio de fuerzas horizontales y debajo el de fuerzas verticales.
  - 2/ Matriz de rigidez en ejes locales estructura  $[K]$  en kN/mm. (0,5 puntos)
  - 3/ Matriz de rigidez global de la estructura  $[Ke]$  en kN/mm. (3,5 puntos)
  - 4/ Vector de desplazamientos de los nudos  $[D]$  en mm. (1 punto)
  - 5/ Vector variación de longitud de las barras en mm y su sollicitación axil en kN. (1 punto)
  - 6/ Vector sollicitación axil de las barras en kN. (1 punto)
  - 7/ Obtener las reacciones en los apoyos, componentes horizontal y vertical. (1 punto)

1º  $[P] = [E] * [N]$

	1	2	3	4	5	6	7	8	
$\Delta$	$P_{Ax}$	-0,8	-0,8						$N_1 = 7,777 \text{ kN}$
	$P_{Ay}$	-0,6	0,6						$N_2 = 15,0418 \text{ kN}$
$\beta$	$R_{By}$								$N_3 = -7,4661 \text{ kN}$
	$R_{Cx}$	1					$\sqrt{2}/2$		$N_4 = -42,3084 \text{ kN}$
$\gamma$	$R_{Cy}$						$-\sqrt{2}/2$		$N_5 = 8,7501 \text{ kN}$
$\delta$	35	0,8			-1		$\sqrt{2}/2$		$N_6 = -46,2499 \text{ kN}$
$\epsilon$	-65	0,6		1	0		$\sqrt{2}/2$		$N_7 = -44,8541 \text{ kN}$
$\zeta$	15					1		$\sqrt{2}/2$	$N_8 = 8,8387 \text{ kN}$
$\eta$	-40						1	$\sqrt{2}/2$	

$40 \cdot 0,8^2 + 33,3 \cdot \phi^2 + 23,57 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \phi + 33,3 \cdot (1)^2 = 70,7184$

$23,57 \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = -11,7851$

$40 \cdot 0,8^2 + 33,3 \cdot \phi^2 + 23,57 \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + 33,3 \cdot (1)^2 = 70,7184$

$40 \cdot 0,6^2 + 33,3 \cdot 1^2 + 23,57 \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + 33,3 \cdot \phi = 59,5184$

$33,3 \cdot 1^2 + 23,57 \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + 33,3 \cdot \phi = 45,1184$

$33,3 \cdot \phi + 23,57 \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + 33,3 \cdot 1 = 45,1184$

$-33,3 \cdot \phi^2 = \phi$  |  $-33,3 \cdot \phi \cdot 1 = \phi$

$-23,57 \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -11,7851$

$40 \cdot 0,8 \cdot 0,6 + 33,3 \cdot 1 \cdot \phi + 23,57 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + 33,3 \cdot 1 \cdot \phi = 7,4149$  |  $33,3 \cdot 1^2 = 33,3$  |  $33,3 \cdot 1 \cdot 0 = \phi$

$33,3 \cdot \phi \cdot 1 = \phi$  |  $33,3 \cdot \phi = \phi$

$33,3 \cdot 1 \cdot \phi + 23,57 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + 33,3 \cdot 1 \cdot \phi = 45,1184$

2º  $[K]$

33,3								
	40							
		40						
			33,3					
				33,3				
					33,3			
						23,57		
							23,57	

3º  $[P] = [Ke] * [D]$

-20	70,7184	$\phi$	$\phi$	-11,7851	-11,7851	$D_{By}$
35	$\phi$	70,7184	7,4149	-33,3	$\phi$	$D_{Bx}$
-65	$\phi$	7,4149	59,5184	$\phi$	$\phi$	$D_{Cy}$
15	-11,7851	-33,3	$\phi$	45,1184	11,7851	$D_{Cx}$
-40	-11,7851	$\phi$	$\phi$	11,7851	45,1184	$D_{Cy}$

4º  $[D]$

$D_{By} = -0,2333$   
 $D_{Bx} = 1,4220$   
 $D_{Cy} = -1,2693$   
 $D_{Cx} = 1,6845$   
 $D_{Cy} = -1,3875$

5º  $[\Delta]$

$\Delta_1 = 0,2333$   
 $\Delta_2 = 0,3760$   
 $\Delta_3 = -0,1867$   
 $\Delta_4 = -1,2693$   
 $\Delta_5 = 0,2625$   
 $\Delta_6 = -1,3875$   
 $\Delta_7 = -1,9030$   
 $\Delta_8 = 0,3750$

6º  $[N]$

$N_1 = 7,78$   
 $N_2 = 15,04$   
 $N_3 = -7,47$   
 $N_4 = -42,31$   
 $N_5 = 8,75$   
 $N_6 = -46,25$   
 $N_7 = -44,85$   
 $N_8 = 8,84$

7º  $[R]$

$R_{Ax} = -6,00$   
 $R_{Ay} = -13,50$   
 $R_{By} = 40,94$   
 $R_{Cx} = -23,94$   
 $R_{Cy} = 77,96$